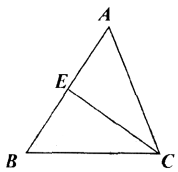
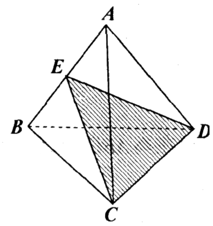
$\frac{AE}{BE}$.把这个结论类比到空间：在三棱锥$A—BCD$中（如下图），DEC平分二面角$A—CD—B$，且与AB相交于E，则得到的类比结论是________.





4. 从正三角形中的定值类比出空间正四面体中的定值

例4. 在平面几何中，我们知道，若P为正三角形EFG内任意一点，连结PE，PF，PG.利用$S_{\Delta PAB}+S_{\Delta PBC}+S_{\Delta PCA}=S_{\Delta ABC}$可得到：点$P$到三边距离之和为正三角形的高.由此请猜想空间中正四面体的类似性质，并给予证明.

思路： 由正三角形的边类比到空间正四面体的面，由平面上的“面积和”类比到空间上的“体积和”.

解析： 猜想正四面体的类似性质：正四面体内任意一点，到四个面距离之和为正四面体的高.

事实上：如图4，设正四面体内任意一点O到面ABC、BCD、CDA、DAB的距离分别为h_1、h_2、h_3、h_4，正四面体的高为h，

$\because V_{A-BCD}=V_{O-ABC}+V_{O-BCD}+V_{O-CDA}+V_{O-DAB}$，

$\therefore \frac{1}{3}\cdot S_{\Delta BCD}\cdot h=\frac{1}{3}\cdot S_{\Delta ABC}\cdot h_1+\frac{1}{3}S_{\Delta BCD}\cdot h_2+\frac{1}{3}\cdot S_{\Delta CDA}\cdot h_3+\frac{1}{3}S_{\Delta DAB}\cdot h_4$，

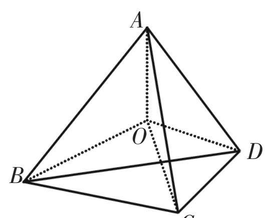


图4

而$S_{\Delta BCD}=S_{\Delta ABC}=S_{\Delta BCD}=S_{\Delta CDA}$，$\therefore h=h_1+h_2+h_3+h_4$.

即正四面体内任意一点，到四个面距离之和为正四面体的高.

针对训练4： 我们知道，在ΔABC中，$AB=c$，$AC=b$，$BC=a$，若I为内切圆的圆心，则由$S_{\Delta IAB}+S_{\Delta IBC}+S_{\Delta ICA}=S_{\Delta ABC}$，得到$\Delta ABC$内切圆的半径$r=\frac{2S_{\Delta ABC}}{a+b+c}$将此结论类比到空间，得到：在三棱锥$D—ABC$中，若$S_{\Delta ABC}=S_D$，$S_{\Delta BCD}=S_A$，$S_{\Delta CDA}=S_B$，$S_{\Delta DABC}=S_C$，则三棱锥$D—ABC$内切球的半径$R=$_______.

5. 从直角三角形的外接圆类比出直角三棱锥的外接球

例5. 我们知道，在ΔABC中，若$\angle C=90°$，$AC=b$，$BC=a$，则ΔABC的外接圆半径$r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$.将此结论类比到空间，得到：在三棱锥$P—ABC$中，三条侧棱$PA$，$PB$，$PC$两两互相垂直，$PA=a$，$PB=b$，$PC=c$，则三棱锥$P—ABC$的外接球的半径为_______.

思路： 边垂直类比到面垂直，直角三角形的外接圆类比到直角三棱锥（一般地，若三棱锥P–ABC的三条侧棱PA、PB、PC两两垂直，则称此三棱锥为直角三棱锥）的外接球，构造长方体处理.

解析： 如图5，因为三条侧棱PA，PB，PC两两互相垂直，所以可用侧棱PA，PB，PC为三棱构造长方体，其外接球也是三棱锥$P—ABC$的外接球.

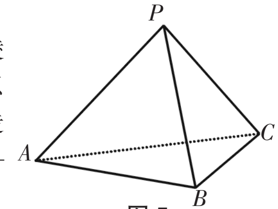


图5

显然这个长方体的外接球的直径是$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$故三棱锥$P—ABC$的外接球的半径为$\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

针对训练5： 在直角三棱锥中，侧面和底面分别叫直角三棱锥的“直角面和斜面”；过

三棱锥顶点及斜面任意两边中点的截面都叫斜面的“中面”.请仿造直角三角形的以下性质：(1)斜边的中线等于斜边边长的一半；(2)斜边与两直角边所成的角余弦的平方和等于1.各写出一条直角三棱锥的相应性质：(1′)________________；(2′)________________

6. 从三角形中的定值类比出空间四面体中的定值

例6. 已知O是$\triangle ABC$中内任意一点，连结AO，BO，CO并延长，交对边于A'，B'，C'，则$\frac{OA'}{AA'}+\frac{OB'}{BB'}+\frac{OC'}{CC'}=1$.这是平面几何中的一个结论，其证明常采用“面积法”：$\frac{OA'}{AA'}+\frac{OB'}{BB'}+\frac{OC'}{CC'}=\frac{S_{\Delta OBC}}{S_{\Delta ABC}}+\frac{S_{\Delta OCA}}{S_{\Delta ABC}}+\frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ABC}}=1$.运用类比猜想，对于空间四面体$V$–$BCD$，你能得到什么结论？请加以证明.

思路： 将三角形的边类比到空间四面体的面，面积之比类比到空间上的体积之比，“面积法”类比到“体积法”.

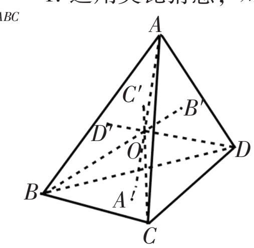
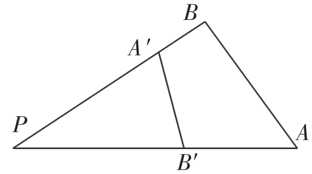


图6

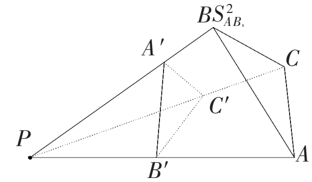
解析： 对于空间中的四面体V–BCD，猜想类似的结论：$\frac{OA'}{AA'}+\frac{OB'}{BB'}+\frac{OC'}{CC'}+\frac{OD'}{DD'}=1$.

事实上，如图6，设O为四面体$ABCD$内任意一点，连结AO，BO，CO，CO，并延长，分别交对面于四点A'，B'，C'，D'，则$\frac{OA'}{AA'}+\frac{OB'}{BB'}+\frac{OC'}{CC'}+\frac{OD'}{DD'}=\frac{V_{O-BCD}}{V_{A-BCD}}+\frac{V_{O-CDA}}{V_{B-CDA}}+\frac{V_{O-DAB}}{V_{C-ABD}}+\frac{V_{O-ABC}}{V_{D-ABC}}=\frac{V_{A-BCD}}{V_{A-BCD}}=1$.

针对训练6： 由图(1)有面积关系：$\frac{S_{\Delta PA'B'}}{S_{\Delta PAB}}=\frac{PA'\cdot PB'}{PA\cdot PB}$，则由图(2)有体积关系：$\frac{V_{P-A'B'C'}}{V_{P-ABC}}=$__________.



图（1）



图（2）

（下转第28页）